

EQUAÇÕES DE 2º GRAU

PECEP • Matemática • Ciclo básico

Toda equação do 2º grau com uma incógnita pode ser **reduzida** à seguinte forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ (com } a \neq 0\text{)}$$

↑
forma reduzida de uma equação do 2º grau

As letras a, b e c representam constantes (números) que chamamos de **coeficientes**.

x^2 , x^1 e x^0 são a parte literal dessa expressão. A nossa variável.

O c da expressão também é conhecido como termo independente!

Exemplo: Na equação (completa) $5x^2 - 6x + \frac{1}{5} = 0$, temos: $a = 5$, $b = -6$ e $c = \frac{1}{5}$

E em $x^2/2 - 10 = 0$? (equação de 2º grau **incompleta**)

Raízes de uma equação do 2º grau

Quando substituimos a incógnita de uma equação por um número e encontramos uma sentença verdadeira, dizemos que esse número é raiz da equação. Se a equação for do 2º grau, ela pode ter até duas raízes reais diferentes.

Exemplo: em $x^2 + x - 6 = 0$, -3 é raiz da equação pois $(-3)^2 + (-3) - 6 = 0$

Resolvendo equações do 2º grau

Primeiro, repare que sendo k e w em \mathbb{R} se $k \cdot w = 0$, então $k = 0$ ou $w = 0$.

$(mx + n)^2 = 0$ ou $(mx + n) \cdot (px + q) = 0$ **raízes explícitas nos fatores!**

$$x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$$

$x - 6 = 0 \therefore x = 6$ duas raízes reais iguais

(x)² -2 · x · 6 (6)²

$ax^2 + bx = 0$ **duas raízes reais sendo uma delas igual a zero!**

Vamos considerar a equação $5x^2 + 6x = 0$. Ela é uma equação do 2º grau incompleta. Podemos fatorar o primeiro membro dessa equação colocando x em evidência. Observe:

$$x \cdot (5x + 6) = 0$$

Sabemos que o produto de dois números reais é zero somente se um dos fatores for zero. Então, o produto de x por (5x + 6) é 0 quando $x = 0$ ou $5x + 6 = 0$.

Resolvendo a equação $5x + 6 = 0$, encontramos $x = -\frac{6}{5}$.

Portanto, as raízes da equação $5x^2 + 6x = 0$ são $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{6}{5}$.

$ax^2 + c = 0$ **raízes reais opostas, se houver!**

Vamos considerar a equação $x^2 - 25 = 0$. Ela é uma equação do 2º grau incompleta, com $b = 0$. Isolando a incógnita no 1º membro, temos:

$$x^2 - 25 = 0 \implies x^2 = 25$$

Existem dois valores de x que verificam essa equação. São eles -5 e +5, pois $(-5)^2 = 25$ e $(+5)^2 = 25$. Em vista disso, vamos continuar a resolução da equação, escrevendo:

$$x = \pm\sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Logo, as raízes dessa equação são $x_1 = -5$ e $x_2 = 5$.

A fórmula resolvente de uma equação do 2º grau (no Brasil, Bhaskara)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Na fórmula resolvente, a expressão $b^2 - 4ac$ é chamada de **discriminante da equação**, que geralmente é representado pela letra grega Δ (lemos: delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Estudando as raízes de uma equação do 2º grau

Do estudo que fizemos sobre as equações do 2º grau, podemos dizer que:

- Uma equação do 2º grau admite **duas raízes reais e diferentes** se, e somente se, $\Delta > 0$.

Nesse caso, as raízes são dadas por:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Uma equação do 2º grau admite **duas raízes reais e iguais** se, e somente se, $\Delta = 0$.

Nesse caso, as raízes são dadas por:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Uma equação do 2º grau **não admite raízes reais** se, e somente se, $\Delta < 0$.

Conhecendo um pouco além: Relações de Girard

Considere a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Dividindo todos os termos por a, sendo $a \neq 0$, temos:

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \text{ou} \quad x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

De acordo com as relações de Girard, temos:

$$\frac{-b}{a} = S \quad \text{ou} \quad \frac{b}{a} = -S \quad \text{e} \quad \frac{c}{a} = P$$

Substituindo $\frac{b}{a}$ por $-S$ e $\frac{c}{a}$ por P , em $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$, temos:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{ou} \quad S = \frac{-b}{a}$$

→

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{ou} \quad P = \frac{c}{a}$$