

NÚMEROS NA FORMA DECIMAL

PECEP • Matemática • Ciclo básico

Um número na forma decimal indica um número que não é inteiro. Um decimal sempre tem vírgula em sua composição!

Relembrando: Outra forma de caracterizar o conjunto dos números reais — símbolo \mathbb{R} — é aquele formado por todos os números que podem ser representados de forma decimal, isto é, as **decimais exatas ou periódicas (que são números racionais)** e as **decimais não exatas e não periódicas (que são números irracionais)**.

Exercício: dos números abaixo, quais são racionais e quais são irracionais? Quais podem ser colocados em forma de fração?

1,234567891011... 6,202002000... 34,56789101112... 0,125 0,33333333... $1,\bar{3}$
 $1,14\overline{2857}$ $0,2\bar{3}$ $0,4\bar{7}$

Definição:

Notemos que todo número racional $\frac{a}{b}$ pode ser representado por um número decimal. Passa-se um número racional $\frac{a}{b}$ para a forma de número decimal dividindo o inteiro a pelo inteiro b . Na passagem de uma notação para outra podem ocorrer dois casos:

1º) o número decimal tem uma quantidade finita de algarismos, diferentes de zero, isto é, é uma decimal exata.

$$\frac{1}{8} = 0,125 \quad \frac{3}{1} = 3 \quad \frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{27}{1000} = 0,027 \quad \frac{301}{25} = \frac{1204}{100} = 12,04$$

2º) o número decimal tem uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, isto é, é uma dízima periódica.

$$\frac{1}{3} = 0,333... = 0,\bar{3} \text{ (período 3)}$$

$$\frac{2}{7} = 0,285714285714... = 0,285714 \text{ (período 285714)}$$

$$\frac{11}{6} = 1,8333... = 1,8\bar{3} \text{ (período 3)}$$

Conversão genérica de fração para decimal: simplesmente efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

$$\frac{3}{4} = ? \quad \begin{array}{r} 30 \overline{) 4} \\ 28 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,75 \end{array}$$

Conversão de fração decimal para decimal, caso de denominador potência de 10:

Basta recuar a vírgula quantas vezes forem os zeros do denominador que se seguem ao 1. Cada zero gera uma casa decimal.

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{83}{1000} = 0,083 \quad \frac{157}{100} = 1,57 \quad \text{obs.: ver notação científica.}$$

Conversão de decimal exata para fração decimal:

Quando a decimal é exata, podemos transformá-la em uma fração cujo numerador é o numeral decimal sem a vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do numeral dado.

$$0,37 = \frac{37}{100} \quad 2,631 = \frac{2631}{1000} \quad 63,4598 = \frac{634598}{10.000}$$

Conversão de decimal periódica para fração geratriz:

Exemplo 1: $0,777...$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0,777... \\ 10x = 7,777... \end{array} \right\} \Rightarrow 10x - x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{9}$$

MACETE

1º caso: $0,6666...$ O número que se repete, o período, colocamos no numerador.

A quantidade de algarismos que se repetem representa a quantidade de 9 no denominador $0,6666... = \frac{6}{9}$ $0,323232... = \frac{32}{99}$

2º caso: o penetra $0,579191...$ Se houver números que não se repetem depois da vírgula: colocamos também no numerador, subtraindo disso os números que não se repetem. No denominador colocamos 9, quantos algarismos em repetição ocorrerem. Acrescentamos o 0 (zero) para cada algarismo não repetido que ocorra depois da vírgula. $0,579191... = \frac{5791-57}{9900}$

Propriedades

- I. Zeros a direita das casas decimais não alteram o valor: $3,15 = 3,15000$
- II. Multiplicação por potências de 10 desloca a vírgula para a direita: $10 \times 3,15 = 31,5$
- III. Divisão por potência de 10 desloca a vírgula para a esquerda: $3,15 : 100 = 0,0315$

Operações com números na forma decimal

➤ Soma e subtração decimais

Na **soma e subtração de decimais**, basta **alinhar as vírgulas** e operar como com números inteiros. Iguale as casas decimais preenchendo com zeros a direita.

$$\begin{array}{r} 2,35 \\ + 0,4 \\ \hline 2,35 \\ + 0,40 \\ \hline 2,75 \end{array}$$

➤ Multiplicação decimais

Na **multiplicação entre decimais exatos**:

- Ignore as vírgulas e multiplique os números normalmente.
- Some o total de casas decimais dos fatores.
- Coloque a vírgula no resultado deixando esse total de casas decimais da direita para a esquerda. Ex. $1,2 \times 0,35? \rightsquigarrow 12 \times 35 = 420 \Rightarrow 1,2 \times 0,35 = 0,420$

Na **multiplicação entre decimais periódicos**: Nesses casos, o melhor é transformar a dízima em fração geratriz e depois multiplicar as frações.

$$\begin{array}{l} \text{0,333...} \times 0,2 \\ \text{0,333...} = \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad 0,2 = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} = 0,0666... \end{array}$$

Na **multiplicação entre irracionais**: Usamos aproximações nos cálculos, como se os números fossem decimais exatos.

Ex: $2 \times \pi = 2 \times 3,141592... \approx 2 \times 3,14 = 6,28$

➤ Divisão decimais

Na **divisão entre decimais exatos**: **desloque a vírgula** no divisor e faça o mesmo no dividendo, com a mesma quantidade de casas. Na verdade, estamos multiplicando numerador e denominador das frações por potências de 10. Como a operação ocorre simultaneamente no numerador e denominador, não modifica o valor original da fração.

Na **divisão entre decimais periódicos ou irracionais**: proceder da mesma forma que na multiplicação (transformar em frações no caso de dízimas e trabalhar com aproximações no caso de irracionais)

Exercícios

Quais das seguintes proposições são verdadeiras?

- a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ e) $0,474747... \in \mathbb{Q}$ i) $\frac{14}{2} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$
 b) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ f) $\left\{ \frac{4}{7}, \frac{11}{3} \right\} \subset \mathbb{Q}$ j) $\frac{21}{14}$ é irredutível
 c) $0 \in \mathbb{Q}$ g) $1 \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ k) $\frac{121}{147} < \frac{131}{150}$
 d) $517 \in \mathbb{Q}$ h) $\frac{2}{7} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ l) $r \in \mathbb{Q} \Rightarrow -r \in \mathbb{Q}$

Coloque na forma de uma fração irredutível os seguintes números racionais: 0,4; 0,444...; 0,32; 0,323232...; 54,2; 5,423423423... .

Coloque em ordem crescente os seguintes números racionais: $\frac{15}{16}, \frac{11}{12}, \frac{18}{19}, 1, \frac{47}{48}$ e $\frac{2}{3}$.

Represente sobre uma reta orientada os seguintes números racionais:

$$-2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{4}, 0, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, 2, \frac{7}{3} \text{ e } \frac{6}{2}.$$

Calcule o valor de:

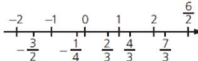
a) $\frac{0,2 \cdot 0,7 - 4 \cdot 0,01}{0,5 \cdot 0,2}$ b) $0,999... + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$

Respostas:

1. a, b, c, d, e, f, h, k, l

2. $\frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \frac{8}{25}, \frac{32}{99}, \frac{271}{5}, \frac{602}{111}$

3. $\frac{2}{3} < \frac{11}{12} < \frac{15}{16} < \frac{18}{19} < \frac{47}{48} < 1$

4. 

5. a) 1 b) 2