

Distributiva e reescrita de expressões

Como transformar expressões sem mudar o valor

PECEP • Matemática • Ciclo básico

Nesta apostila, a ideia central não é decorar fórmulas de nome difícil. A ideia é aprender a ler, transformar e justificar expressões com letras sem mudar seu valor. Isso prepara distributiva, simplificação algébrica, equações e vários padrões que depois aparecem no vestibular.

Objetivos desta sequência

Ao final desta sequência, o aluno deverá ser capaz de:

- reconhecer o que é uma expressão algébrica;
- identificar números, operações e variáveis em uma expressão;
- substituir valores nas letras e calcular o resultado;
- usar a distributiva para abrir e fechar parênteses;
- cuidar do sinal de menos antes de parênteses;
- reconhecer padrões frequentes que surgem da distributiva;
- justificar cada passo como uma reescrita permitida.

Parte 1 - O que é uma expressão algébrica?

1.1 Primeiro contato

Alguns exemplos simples de expressões algébricas:

1. $2x + 3$
2. $3(a + b)$
3. $(x + 1)^2$

Perguntas para abrir a aula

- O que é número?
- O que é operação?
- O que é variável?

Uma **expressão algébrica** é uma maneira de escrever uma conta usando números, operações e letras.

Nos exemplos acima:

- os números são 2, 3 e 1;
- as operações são soma, multiplicação, parênteses e potência;
- as letras x , a e b representam valores que podem variar.

Observação importante

A letra não é “enfeite”. Ela representa um número que ainda não foi escolhido ou que pode mudar de valor.

1.2 A letra pode variar

Considere a expressão:

$$2x + 3$$

Se $x = 2$, então:

$$2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 7$$

Se $x = 10$, então:

$$2x + 3 = 2 \times 10 + 3 = 23$$

A expressão continua sendo a mesma; o que muda é o valor de x .

Outro exemplo:

$$3(a + b)$$

Se $a = 1$ e $b = 4$, então:

$$3(a + b) = 3(1 + 4) = 3 \times 5 = 15$$

1.3 Expressão não é equação

Uma expressão escreve uma conta:

$$2x + 3$$

Uma equação compara duas expressões:

$$2x + 3 = 11$$

Nesta aula, nosso foco principal é **reescrever expressões**. A parte de resolver equações vem depois.

1.4 Reescrever sem mudar o valor

Olhe para esta expressão:

$$2(x + 3)$$

Podemos reescrevê-la como:

$$2x + 6$$

Essas duas escritas representam o mesmo valor.

Por exemplo, se $x = 4$:

$$2(x + 3) = 2 \times 7 = 14$$

e também:

$$2x + 6 = 2 \times 4 + 6 = 14$$

Essa é a ideia central da aula: **fazer reescritas permitidas sem mudar o valor da expressão**.

Cheque rápido

- Se $x = 2$, quanto vale $x + 5$?
- Se $x = 3$, quanto vale $2x + 1$?
- A expressão $3(a + b)$ usa quais operações?

1.5 Exercícios da Parte 1

1. Em cada expressão, identifique os números, as operações e as letras:

- $2x + 3$
- $5(a - 1)$
- $(y + 4)^2$

2. Substitua os valores e calcule:

- em $2x + 3$, use $x = 2$

- em $2x + 3$, use $x = 10$
- em $3(a + b)$, use $a = 1$ e $b = 4$
- em $x^2 + 1$, use $x = 3$

3. Diga se cada item é expressão ou equação:

- $2x + 1$
- $3a = 9$
- $(x + 2)^2$
- $y - 4 = 10$

4. Explique com suas palavras o que significa dizer que uma letra “pode variar”.

Parte 2 - Distributiva e reescritas sucessivas

2.1 A ideia da distributiva

Quando um número ou uma letra aparece multiplicando um parênteses, ela deve multiplicar **cada termo** que está dentro dele.

Exemplo:

$$3(x + 4) = 3x + 12$$

porque:

$$3 \times x = 3x$$

e:

$$3 \times 4 = 12$$

Outro exemplo:

$$2(a + b) = 2a + 2b$$

Em palavras

Distribuir é “espalhar” a multiplicação para todos os termos dentro do parênteses.

2.2 Abrindo parênteses

Exemplos:

$$4(x + 2) = 4x + 8$$

$$5(a - 3) = 5a - 15$$

$$x(x + 3) = x^2 + 3x$$

Aqui, x^2 quer dizer:

$$x \times x$$

2.3 Sinal de menos antes de parênteses

O sinal de menos pede bastante cuidado.

Exemplos:

$$-(x + 2) = -x - 2$$

$$-(x - 2) = -x + 2$$

$$5 - (2x - 3) = 5 - 2x + 3$$

Em todos esses casos, o sinal muda porque estamos multiplicando por -1 .

2.4 Fechando parênteses

A distributiva também pode ser usada “ao contrário”.

Exemplos:

$$2x + 6 = 2(x + 3)$$

$$3x - 12 = 3(x - 4)$$

$$ax + ay = a(x + y)$$

Essa reescrita ajuda bastante em álgebra, principalmente quando queremos destacar um fator comum.

2.5 Cada passo precisa ser autorizado

Em álgebra, não vale pular para qualquer escrita só porque “parece parecida”. Cada passo precisa ser uma reescrita permitida.

Por exemplo:

$$3(x + 4) = 3x + 12$$

e não:

$$3x + 4$$

Outro exemplo:

$$-(x - 5) = -x + 5$$

e não:

$$-x - 5$$

Cheque rápido

Abra os parênteses:

- $2(x + 5)$
- $3(x - 4)$
- $-(x + 1)$
- $7 - (2x - 1)$

2.6 Exemplos resolvidos

Exemplo 1. Reescreva $2(x + 7)$.

$$2(x + 7) = 2x + 14$$

Exemplo 2. Reescreva $-(x - 4)$.

$$-(x - 4) = -x + 4$$

Exemplo 3. Reescreva $5 - (2x - 3)$.

$$5 - (2x - 3) = 5 - 2x + 3 = 8 - 2x$$

Exemplo 4. Coloque fator comum em evidência em $4x + 8$.

$$4x + 8 = 4(x + 2)$$

2.7 Exercícios da Parte 2

1. Abra os parênteses:

- $2(x + 3)$
- $3(x - 5)$
- $-2(x + 1)$
- $4(a - 2)$

2. Reescreva cuidando do sinal:

- $-(x + 4)$
- $-(x - 6)$
- $7 - (x + 2)$
- $10 - (3x - 1)$

3. Feche os parênteses:

- $2x + 10$

- $3x - 6$
- $ax + ay$
- $5x + 15$

4. Diga qual reescrita está correta:

- $3(x + 2)$ vira $3x + 6$ ou $3x + 2$?
- $-(x - 1)$ vira $-x + 1$ ou $-x - 1$?
- $4x + 8$ vira $4(x + 2)$ ou $(4x)(8)$?

5. Explique com suas palavras o que significa “reescrever sem mudar o valor”.

Parte 3 - Padrões que aparecem muito

3.1 Quando a mesma expressão se repete

Algumas expressões aparecem muitas vezes em álgebra. Em vez de decorar uma fórmula pronta, vamos enxergar como elas nascem da distributiva.

Por exemplo:

$$(x + 2)^2$$

significa:

$$(x + 2)(x + 2)$$

Agora aplicamos a distributiva com calma:

$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 2) &= x(x + 2) + 2(x + 2) \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \\ &= x^2 + 4x + 4\end{aligned}$$

3.2 Outro exemplo com sinal de menos

$$(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$$

Aplicando a distributiva:

$$\begin{aligned}(x - 3)(x - 3) &= x(x - 3) - 3(x - 3) \\ &= x^2 - 3x - 3x + 9 \\ &= x^2 - 6x + 9\end{aligned}$$

3.3 Soma pela diferença

Outro padrão frequente é:

$$(x + 4)(x - 4)$$

Aplicando a distributiva:

$$\begin{aligned}(x + 4)(x - 4) &= x(x - 4) + 4(x - 4) \\ &= x^2 - 4x + 4x - 16 \\ &= x^2 - 16\end{aligned}$$

Ideia importante

Esses padrões costumam receber nomes em cursos de álgebra. Mas, antes de terem nome, eles são apenas distributiva bem feita.

3.4 Erros comuns

Erro 1:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4$$

Isso está errado, porque esquecemos os termos do meio.

O correto é:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Erro 2:

$$2x^2 = (2x)^2$$

Isso também está errado.

Temos:

$$2x^2 = 2 \times x^2$$

enquanto:

$$(2x)^2 = 4x^2$$

3.5 Exercícios da Parte 3

1. Reescreva usando distributiva:

- $(x + 1)^2$
- $(x - 2)^2$
- $(x + 3)(x - 3)$

2. Desenvolva:

- $(a + 2)^2$
- $(y - 5)^2$
- $(m + 4)(m - 4)$

3. Diga se a afirmação está correta. Se não estiver, explique:

- $(x + 1)^2 = x^2 + 1$
- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

4. Explique por que “produto notável” pode ser visto como um padrão da distributiva.

Revisão geral

4.1 Resumo das ideias principais

1. Uma expressão algébrica é uma conta escrita com números, operações e letras.
2. A letra pode representar valores diferentes.
3. Expressão não é a mesma coisa que equação.
4. Reescrever não é mudar o valor: é apenas mudar a escrita.
5. A distributiva abre parênteses multiplicando cada termo dentro deles.
6. A distributiva também pode ser usada ao contrário, para colocar fator comum em evidência.
7. O sinal de menos antes de parênteses exige cuidado.
8. Padrões como $(x + 2)^2$ surgem da distributiva.
9. Antes de decorar nome de padrão, vale entender como ele foi construído.

4.2 Lista mista

1. Diga quais são os números, as operações e as letras em $3(x + 2)$.
2. Calcule $2x + 3$ para $x = 4$.
3. Abra os parênteses em $4(x - 1)$.
4. Reescreva $-(x + 5)$.
5. Feche os parênteses em $6x + 12$.
6. Desenvolva $(x + 3)^2$.
7. Desenvolva $(x + 2)(x - 2)$.
8. Explique o erro em $(x + 1)^2 = x^2 + 1$.
9. Escreva um pequeno parágrafo explicando o que você entendeu por “reescritas sucessivas”.

Gabarito

Parte 1

1. Exemplos:

- $2x + 3$: números 2 e 3; operações multiplicação e soma; letra x
- $5(a - 1)$: números 5 e 1; operações multiplicação, parênteses e subtração; letra a
- $(y + 4)^2$: número 4; operações soma e potência; letra y

2. • $2x + 3 = 7$

- $2x + 3 = 23$
- $3(a + b) = 15$
- $x^2 + 1 = 10$

3. • expressão

- equação
- expressão
- equação

4. Resposta pessoal.

Parte 2

1. • $2(x + 3) = 2x + 6$

- $3(x - 5) = 3x - 15$
- $-2(x + 1) = -2x - 2$
- $4(a - 2) = 4a - 8$

2. • $-(x + 4) = -x - 4$

- $-(x - 6) = -x + 6$
- $7 - (x + 2) = 7 - x - 2 = 5 - x$
- $10 - (3x - 1) = 10 - 3x + 1 = 11 - 3x$

3. • $2x + 10 = 2(x + 5)$

- $3x - 6 = 3(x - 2)$
- $ax + ay = a(x + y)$
- $5x + 15 = 5(x + 3)$

4. • $3x + 6$

- $-x + 1$
- $4(x + 2)$

5. Resposta pessoal.

Parte 3

1. • $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

2. • $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$

- $(y - 5)^2 = y^2 - 10y + 25$
- $(m + 4)(m - 4) = m^2 - 16$

3. • incorreta

- correta
- correta

4. Resposta pessoal.

Lista mista

1. Número 3 e 2; operações multiplicação, parênteses e soma; letra x .

2. 11

3. $4x - 4$

4. $-x - 5$

5. $6(x + 2)$

6. $x^2 + 6x + 9$

7. $x^2 - 4$

8. Resposta pessoal.

9. Resposta pessoal.